

充要条件

一、单选题

1. 已知 $a \in \mathbf{Z}$ ，那么“ $\frac{a}{2}$ 是正整数”是“ $\frac{a}{6}$ 为正整数”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要

【答案】B

【难度】0.85

【来源】天津市和平区天津一中 2024 届高三上学期第二次月考数学试题

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据正整数的性质，结合充分性、必要性的定义进行判断即可.

【详解】当 $\frac{a}{2}$ 是正整数时，设 $\frac{a}{2} = k (k \in \mathbf{N}^*) \Rightarrow a = 2k (k \in \mathbf{N}^*)$,

而 $\frac{a}{6} = \frac{k}{3}$ ，因为 $k \in \mathbf{N}^*$ ，所以 $\frac{a}{6}$ 不一定是正整数，因此由 $\frac{a}{2}$ 是正整数不一定能推出 $\frac{a}{6}$ 为正整数；

当 $\frac{a}{6}$ 是正整数时，设 $\frac{a}{6} = m (m \in \mathbf{N}^*) \Rightarrow a = 6m (m \in \mathbf{N}^*)$,

而 $\frac{a}{2} = 3m$ ，因为 $k \in \mathbf{N}^*$ ，所以 $\frac{a}{2}$ 一定是正整数，因此由 $\frac{a}{6}$ 是正整数一定能推出 $\frac{a}{2}$ 为正整数，

因此“ $\frac{a}{2}$ 是正整数”是“ $\frac{a}{6}$ 为正整数”的必要不充分条件，

故选：B

2. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$ ，则“ $xy = 0$ ”是“ $x^2 + y^2 = 0$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【难度】0.85

【来源】辽宁省丹东市 2023-2024 学年高一上学期期中教学质量调研测试数学试题

【知识点】必要条件

【分析】根据由 $xy = 0$ 能不能推出 $x^2 + y^2 = 0$ 及由 $x^2 + y^2 = 0$ 能不能推出 $xy = 0$ 即可得答案.

【详解】解：由 $xy = 0$ ，可得 $x = 0$ 或 $y = 0$ ；

由 $x^2 + y^2 = 0$ 可得 $x = 0$ 且 $y = 0$,

所以由 $xy = 0$ 不能推出 $x^2 + y^2 = 0$, 但由 $x^2 + y^2 = 0$ 能推出 $xy = 0$,

所以“ $xy = 0$ ”是“ $x^2 + y^2 = 0$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

3. “ $a + b > 2c$ ”是“ $a > b > c$ ”的 ()

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【难度】0.85

【来源】天津市宁河区芦台第一中学 2023 届高三上学期期末数学试题

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】令 $a = 1, b = 3.5, c = 1.2$, 可判断充分性不成立; 由 $a > b > c$ 可得 $a + b > c + c$, 从而可判断必要性成立, 从而可得答案.

【详解】令 $a = 1, b = 3.5, c = 1.2$, 满足 $a + b > 2c$, 但不满足 $a > b > c$;

当 $a > b > c$ 时, $a > c, b > c, \therefore a + b > c + c$, 即 $a + b > 2c$.

所以“ $a + b > 2c$ ”是“ $a > b > c$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

4. 已知 a, b 是实数, 则“ $|a| > |b|$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【难度】0.85

【来源】天津市滨海新区 2023 届高三三模数学试题

【知识点】充要条件的证明

【分析】由充分条件和必要条件的定义求解即可.

【详解】由 $a^2 > b^2$ 可得: $|a| > |b|$,

对 $|a| > |b| \geq 0$ 两边同时平方可得 $a^2 > b^2$, 所以 $|a| > |b| \Rightarrow a^2 > b^2$,

所以 $|a| > |b|$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充要条件.

故选: C.

5. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【难度】0.85

【来源】天津市河北区 2023 届高三二模数学试题

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据充分条件、必要条件的定义即可得解.

【详解】若 $c = 0$, 令 $a = 2, b = 1$, 满足 $ac = bc$, 但 $a \neq b$;

若 $a = b$, 则 $ac = bc$ 一定成立,

所以“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要不充分条件.

故选: B

6. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x = 2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】天津市河北区 2023 届高三一模数学试题

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】当 $x = 2$ 时 $x^2 = 4$, 故充分性成立,

由 $x^2 = 4$ 可得 $x = 2$ 或 $x = -2$, 故必要性不成立,

所以“ $x = 2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的充分不必要条件.

故选: A

7. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a > 1$ ”是“ $2a > 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】天津外国语大学附属外国语学校 2021-2022 学年高三上学期结课检测数学试题

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】解不等式，再根据充分不必要条件的定义判断即可.

【详解】解不等式 $2a > 1$ 得 $a > \frac{1}{2}$ ， $a > 1$ 可以得到 $a > \frac{1}{2}$ ，但 $a > \frac{1}{2}$ 不能说明 $a > 1$ ，所以“ $a > 1$ ”是“ $2a > 1$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

8. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”是“ $b > a > 0$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【难度】0.85

【来源】浙江省精诚联盟 2022-2023 学年高二上学期开学联考数学试题

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】取特殊值来说明“ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”推不出 $b > a > 0$ ，由不等式性质知 $b > a > 0$ 能推出 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，据此可由充分条件、必要条件求解.

【详解】取 $a = 1$ ， $b = -1$ ，则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \nRightarrow b > a > 0$ ；

当 $b > a > 0$ 时，不等式两边同乘以正数 $\frac{1}{ab}$ ，可得 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

因此，“ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”是“ $b > a > 0$ ”的必要不充分条件，

故选：B

9. 已知 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $|x - 3| < 1$ ”是“ $-x^2 - x + 6 < 0$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】甘肃省兰州市第五十五中学 2022-2023 学年高三上学期开学考试文科数学试题

【知识点】解不含参数的一元二次不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】解出两个不等式，根据范围判断即可.

【详解】由 $|x-3|<1$ ，得 $2<x<4$ ，

由 $-x^2-x+6<0$ ，得 $(x-2)(x+3)>0$ ，即 $x>2$ 或 $x<-3$ ；

所以“ $|x-3|<1$ ”是“ $-x^2-x+6<0$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

10. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $|x|>1$ ”是“ $\frac{x}{x-1}>0$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】广东省中山市第一中学 2021-2022 学年高一上学期第二次统测（期中）数学试题

【知识点】公式法解绝对值不等式、分式不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分必要条件的概念分析题中命题进而判断出结果.

【详解】 $|x|>1$ 时， $x>1$ 或 $x<-1$ ； $\frac{x}{x-1}>0$ 时， $x>1$ 或 $x<0$

$\therefore |x|>1$ 成立时， $\frac{x}{x-1}>0$ 也成立，但 $\frac{x}{x-1}>0$ 成立时， $|x|>1$ 不一定成立

$\therefore$ “ $|x|>1$ ”是“ $\frac{x}{x-1}>0$ ”的充分不必要条件，选项 A 正确

故选：A.

11. 若 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^3>1$ ”是“ $a^2>1$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】河北省张家口市 2020-2021 学年高一上学期期末数学试题

【知识点】判断命题的充分不必要条件、解不含参数的一元二次不等式

【分析】解两个不等式，利用集合的包含关系判断可得出结论.

【详解】解不等式 $a^3 > 1$ 可得 $a > 1$ ，解不等式 $a^2 > 1$ 可得 $a < -1$ 或 $a > 1$ ，

因为 $\{a | a > 1\} \subsetneq \{a | a < -1 \text{ 或 } a > 1\}$ ，

因此，“ $a^3 > 1$ ”是“ $a^2 > 1$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

12. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a \geq 2$ 且 $b \geq 2$ ”是“ $a^2 + b^2 \geq 8$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要

【答案】A

【难度】0.85

【来源】天津市滨海新区 2021 届高三下学期三模数学试题

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】利用不等式的基本性质、特殊值法结合充分条件、必要条件的定义判断可得出结论.

【详解】充分性：若 $a \geq 2$ 且 $b \geq 2$ ，则 $a^2 \geq 4$ 且 $b^2 \geq 4$ ，从而可得 $a^2 + b^2 \geq 8$ ，充分性成立；

必要性：取 $a = 1$ ， $b = 3$ ，则 $a^2 + b^2 \geq 8$ 成立，但“ $a \geq 2$ 且 $b \geq 2$ ”不成立，必要性不成立.

因此，“ $a \geq 2$ 且 $b \geq 2$ ”是“ $a^2 + b^2 \geq 8$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

13. “ $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$ ”是“ $|2x-1| \geq 3$ ”的（ ）

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】天津市十二区县重点学校 2021 届高三下学期毕业班联考（二）数学试题

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】解两个不等式，利用集合的包含关系判断可得出结论.

【详解】解不等式 $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$ 可得 $x < -1$ 或 $x \geq 2$ ，

解不等式 $|2x-1| \geq 3$ 得 $2x-1 \leq -3$ 或 $2x-1 \geq 3$ ，解得 $x \leq -1$ 或 $x \geq 2$ ，

因为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 2\} \subsetneq \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ ，

因此, “ $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$ ”是“ $|2x-1| \geq 3$ ”的充分而不必要条件.

故选: A.

14. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $|x| < 1$ ”是“ $x < 1$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【难度】0.85

【来源】天津市部分区 2020-2021 学年高三上学期期中练习数学试题

【知识点】必要条件、充分条件

【解析】根据充分性和必要性的定义, 结合特例法进行判断即可.

【详解】 $\because |x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$, $\therefore |x| < 1$ 能推出 $x < 1$,

当 $x < 1$ 时, 显然当 $x = -2$ 时成立, 但是 $|x| < 1$ 不成立, $\therefore x < 1$ 不能推出 $|x| < 1$,

所以“ $|x| < 1$ ”是“ $x < 1$ ”的充分不必要条件,

故选: A

15. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $x \leq 3$ ”是“ $x^2 - 3x \leq 0$ ”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【难度】0.85

【来源】天津市和平区 2020-2021 学年高三上学期期中数学试题

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【解析】根据充分必要条件的定义判断.

【详解】 $x \leq 3$ 时, 例如 $x = -1$, 则 $x^2 - 3x = 4 > 0$, 不是充分的,

$x^2 - 3x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3 \Rightarrow x \leq 3$, 必要性成立.

因此应是必要不充分条件.

故选: B.

【点睛】本题考查充分必要条件的判断, 解题方法是用充分必要条件的定义进行. 本题也可从集合的包含角度求解.